



Université de Bordeaux 1  
Département de Physique  
**Compte Rendu de Stage**

Stage réalisé au Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine (LOMA) sous la direction de Régis Wunenburger.



# ETUDE DE LA PHASE DE GOUY POUR UNE ONDE ACOUSTIQUE SPHERIQUE AVEC ET SANS SINGULARITE DE PHASE

---

Deblais Antoine

Bordeaux, le 22 juin 2012.

# TABLE DES MATIERES

## **1. INTRODUCTION**

- 1.1. Contexte de l'étude
- 1.2. Définitions

## **2. ETUDE DU CHAMP DE PRESSION**

- 2.1. Quelques éléments de théorie
- 2.2. Mode « Non-Vortex »
- 2.3. Mode « Vortex »

## **3. DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX**

- 3.1. Le transducteur sphérique
- 3.2. L'hydrophone
- 3.3. Le montage

## **4. RESULTATS OBTENUS ET INTERPRETATIONS**

- 4.1. Comparaisons et interprétations
  - 4.1.1. Mode « Non-Vortex »
  - 4.1.2. Mode « Vortex »
- 4.2. Conclusion et perspectives

## **5. BIBLIOGRAPHIE**

# 1 INTRODUCTION

## 1.1 Contexte de l'étude

Il y a maintenant plus d'un siècle, la présence d'une phase traduisant la contribution de la propagation longitudinale de l'onde, dite phase de Gouy [1], a été mise en évidence dans les faisceaux de types Gaussiens.

Aujourd'hui, en raison du comportement anormal observé de la phase dans la région focale, la phase de Gouy suscite un vif intérêt dans de nombreux domaines d'activités utilisant les sources optiques. Un exemple concret qui illustre l'importance des travaux dans ce domaine est la tomographie optique cohérente (OCT) [3], technique d'imagerie émergente permettant de sonder les tissus biologiques à la précision de l'ordre du micron ; celle-ci nécessite de focaliser la lumière sur l'échantillon pour obtenir une haute résolution. Mais lorsque le rayon traverse le point focal, celui-ci acquiert un déphasage important.

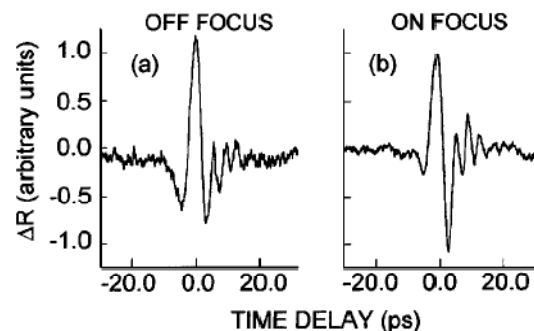


Figure 1.1.1 : Exemple de déphasage du signal observé avant et au point focal. Source : [2]

De récents articles [2] tentent de déterminer l'influence de ce déphasage de Gouy sur les mesures. Ainsi, l'origine de la phase de Gouy continue à faire débat au sein de la communauté scientifique.

Au sein du laboratoire d'onde et matière d'Aquitaine (LOMA), une équipe a récemment mis en évidence [4] qu'il était possible de créer des vortex acoustiques de différentes charges grâce à un transducteur acoustique.

Les vortex acoustiques sont une voie très intéressante dans la manipulation micro-fluidique ou la microscopie.

L'objectif de ce stage est de mettre en évidence une éventuelle différence entre les phases de Gouy de deux configurations possibles de l'onde acoustique, générée par la source sphérique; l'une où la phase est constante dite configuration « non-vortex » et la seconde, où la phase a une distribution discrète bien déterminée, qu'on appelle mode « vortex ».

L'originalité de ce thème réside dans la vérification expérimentale, pour la première fois, des prédictions théoriques faites par T.D Visser et E. Wolf [5] pour une onde acoustique sphérique.

Précurseur dans ce domaine, le second travail consistera à évaluer la phase de Gouy pour l'onde sphérique dans une configuration vortex, de façon théorique comme expérimentale.

## 1.2 Définition

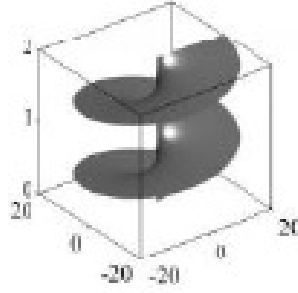


Figure 1.2.1 : Surface équi-phase pour un vortex de charge 1. L'unité verticale est la longueur d'onde. Source : [6]

On appelle vortex acoustique une onde acoustique dont la phase dépend de l'angle polaire  $\varphi$  autour d'un axe parallèle à sa direction de propagation. Une telle dépendance s'exprime par un facteur supplémentaire  $e^{-il\varphi}$  dans le champ de pression. On appelle  $l \in \mathbb{Z}$  la charge du Vortex ; ici, on ne considérera que des vortex de charges 1, c'est-à-dire que sur un chemin autour de l'axe, la phase du champ de pression gagne  $2\pi$  sur une longueur d'onde.

## 2 ETUDE DU CHAMP DE PRESSION ACOUSTIQUE

### 2.1 Éléments théoriques

Pour remonter au champ de pression, il est nécessaire d'établir le lien entre pression et potentiel de vitesse émis par la source.

On considère la propagation d'une onde acoustique dans un fluide parfait (la viscosité est nulle), obéissant à l'équation d'Euler :

$$\rho \left[ \vec{v}(\nabla \vec{v}) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right] = -\nabla P$$

Au 1<sup>er</sup> ordre, le terme convectif  $\vec{v}(\nabla \vec{v})$  est négligeable devant le terme temporel, soit :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla P$$

D'autre part, on considère que l'écoulement  $\vec{v}$  est irrotationnel et donc que  $\vec{v}$  dérive d'un potentiel vitesse noté  $\varphi$  tel que  $\vec{v} = \nabla \varphi$ .

Donc :

$$P = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

Gordon S.Kino [7] a calculé le champ de pression émis par un transducteur sphérique focalisé de rayon  $a$  et de focale  $F$ . Kino utilise une approximation paraxiale et indique qu'elle n'est a priori valable que pour  $a^2$  très petit devant  $F^2$ . Dans notre cas,  $\theta_0 = 30^\circ$  ou  $\frac{a^2}{F^2} \approx 0.39$  l'approximation n'est donc pas rigoureusement applicable et sera critiquable comme on le verra par la suite.

La pression acoustique s'écrit :

$$p(r, \varphi, z, t) = A(r, z, t) \int_0^a \int_{\varphi}^{\varphi+2\pi} e^{-i \frac{k r'^2}{2} \left( \frac{1}{z+z_0} - \frac{1}{z_0} \right)} e^{-i \frac{k r r'}{z+z_0} \cos(\varphi' - \varphi)} u(\varphi') r' d\varphi' dr' \quad (1)$$

Avec

$$A(r, z, t) = i\omega\rho e^{i\omega t} \frac{e^{-ik(z+z_0)\left(1+\frac{r^2}{2(z+z_0)^2}\right)}}{2\pi(z+z_0)}$$

Où  $r, \varphi$  et  $z$  sont les coordonnées cylindriques,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  est le nombre d'onde,  $\lambda$  est la longueur d'onde qui vaut  $662\mu\text{m}$ ,  $f = 2.25 \text{ MHz}$  est la fréquence du GBF ;  $\omega = 2\pi f$  est la pulsation de l'onde et  $\rho$  la masse volumique de l'eau.  $u(\varphi')$  est la vitesse de vibration de la surface du transducteur. Cette vitesse dépend de l'angle polaire, et dépend donc de la configuration du transducteur que l'on choisie, c'est-à-dire que sa valeur sera différente en mode « Non-Vortex » de la configuration « Vortex ».

Idéalement, la distribution de phase varie linéairement avec l'angle polaire :

$$u(\varphi') = u_0 e^{i\varphi'}$$

Déterminons alors le champ de pression acoustique dans chacun de ces deux modes grâce à l'expression (1).

## 2.2 Le mode « Non-Vortex »

Dans ce mode, tous les éléments du transducteur sont en phase c'est-à-dire synchrone :  $\varphi' = 0$ .

Il en résulte après intégration sur  $\varphi'$  que la pression acoustique (2) peut s'écrire :

$$p(r, \varphi, z, t) = -i\omega\rho u_0 \frac{e^{-ik(z+z_0)(1+\frac{r^2}{2(z+z_0)^2})}}{(z+z_0)} \int_0^a J_0\left(\frac{krr'}{z+z_0}\right) e^{-i\frac{kr'^2}{2}\left(\frac{1}{z+z_0}-\frac{1}{z_0}\right)} r' dr' e^{i\omega t}$$

Avec  $J_0$  fonction de Bessel d'ordre 0.

A l'aide du logiciel *Matlab*, on évalue numériquement le champ de pression :

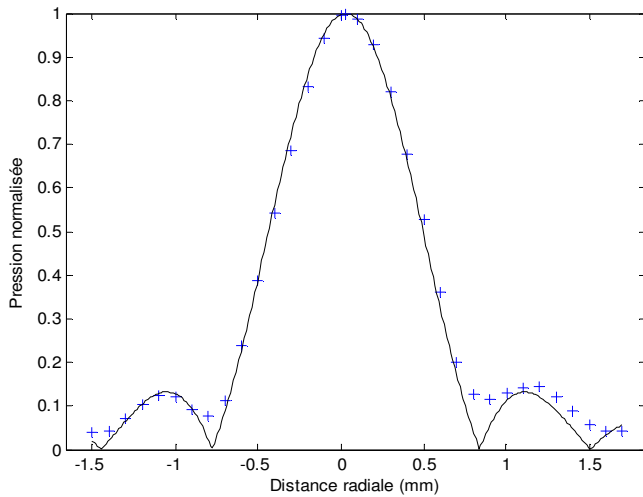


Figure 2.2.1 : Variation radiale de la pression normalisée au foyer focal ( $z=0$ ). En noir continue, la prédiction théorique ; en bleu, points expérimentaux.

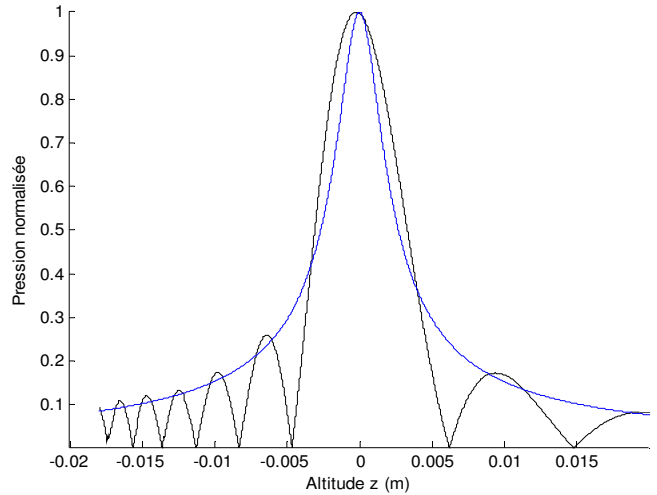


Figure 2.2.2 : Variation de la pression normalisée sur l'axe avec l'altitude  $z$  (noir). En bleu celle prédite par le modèle Gaussien.

On peut déjà observer sur la figure 3.2.1 que le modèle Gaussien prédit un champ de pression beaucoup moins étalé que celui prédit par le modèle paraxiale.

De la même manière, on en tire la phase du champ de pression :

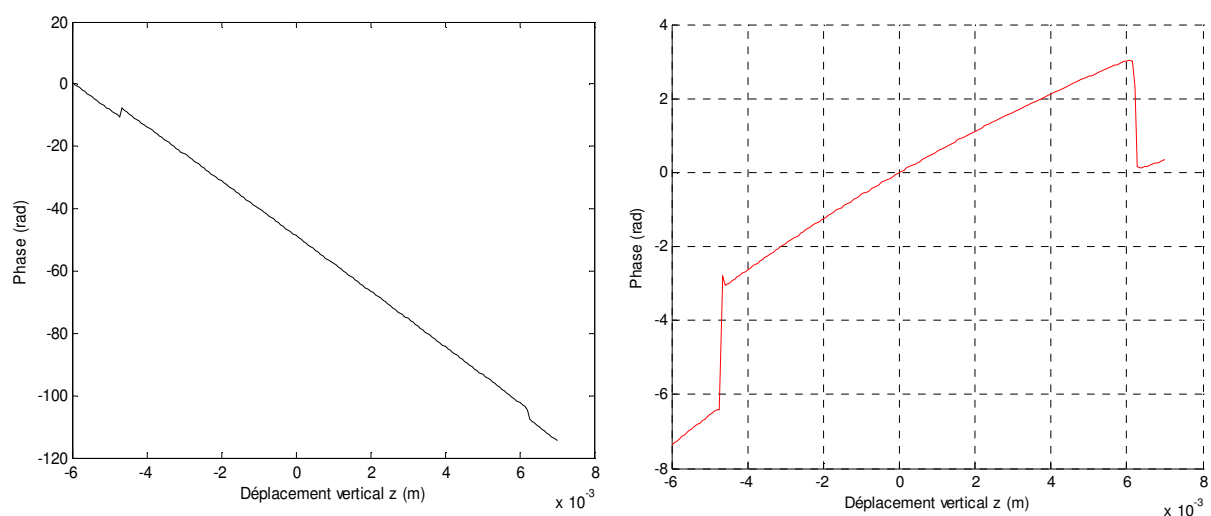


Figure 2.2.3 : A gauche, variation de la phase sur l'axe avec l'altitude  $z$ . A droite, variation de la phase à laquelle on a retiré la contribution plane de l'onde «  $kz$  ».

En retranchant la contribution de l'onde plane à la phase obtenue à la figure 2.2.3.a, soit le terme «  $kz$  », on obtient l'onde représentée en rouge sur le graphe de droite. On remarque que la variation de la phase dont on a soustrait la contribution « plane » varie de  $-3\frac{\pi}{2}$  à  $\frac{\pi}{2}$ , soit  $2\pi$  sur l'axe, semblablement aux prédictions [5].

Il reste à éliminer la partie sphérique de l'onde ; pour chaque valeur de  $z$ , on détermine la courbure de l'onde en ajustant par une parabole le front d'onde. Cette courbure est soustraite à la valeur que prend la phase pour chaque altitude  $z$  (cf. figure 2.2.4).

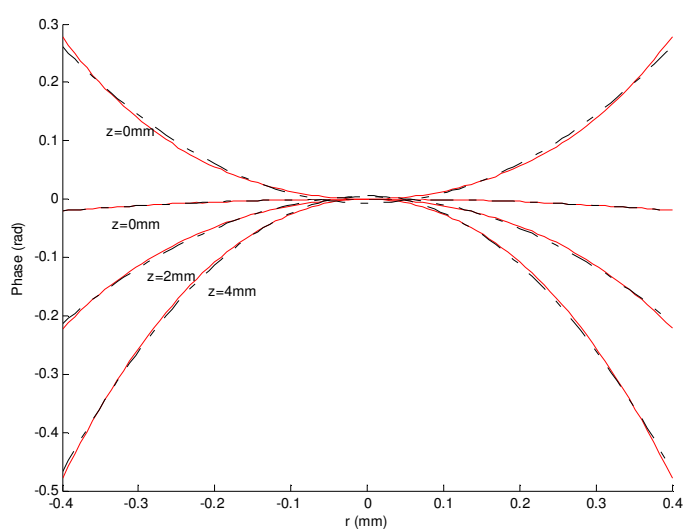


Figure 2.2.4 : Exemples de courbures de l'onde « Non-Vortex » obtenues pour quelques valeurs de  $z$ .

On obtient alors la phase de Gouy pour le mode Non-Vortex :

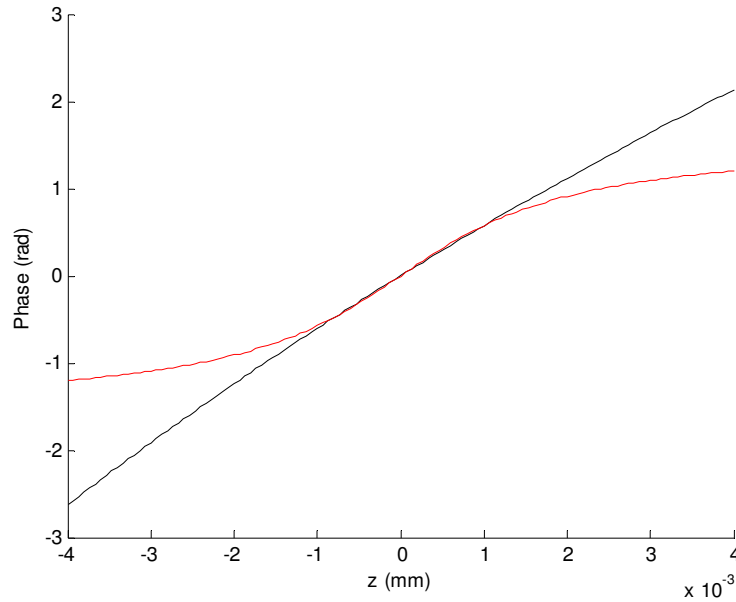


Figure 2.2.5 : En noir, phase de Gouy de l'onde « Non-Vortex » d'après le modèle paraxial. En rouge la phase de Gouy «  $\arctan(z/zr)$  » prédite par le mode Laguerre-Gauss.

On remarque, que la phase de Gouy (en rouge) du mode Gaussien ( $\arctan\frac{z}{zr}$ ), varie quand à elle de  $-\frac{\pi}{2}$  à  $\frac{\pi}{2}$ , soit une variation de  $\pi$ , ce qui montre bien qu'un faisceau sphérique focalisé a une phase de Gouy bien différente de celle connue (représentée en noire).

## 2.3 Le mode « Vortex »

Cette fois, chaque éléments du transducteur n'émettent plus en phase, mais suivent une distribution de phase discrète. La vitesse prend donc respectivement les valeurs suivantes pour chaque domaine du transducteur :

$$u(\varphi') = \begin{cases} u_0 \text{ si } 0 \leq \varphi' < \frac{1}{4}\pi \\ \dots \\ u_0 e^{i\frac{7}{4}\pi} \text{ si } \frac{7}{4}\pi \leq \varphi' < \frac{8}{4}\pi \end{cases}$$

L'intégration numérique se fait sous le logiciel *Matlab*. Cette fois-ci, le champ de pression est nul sur l'axe optique, i.e., pour  $r=0$ .



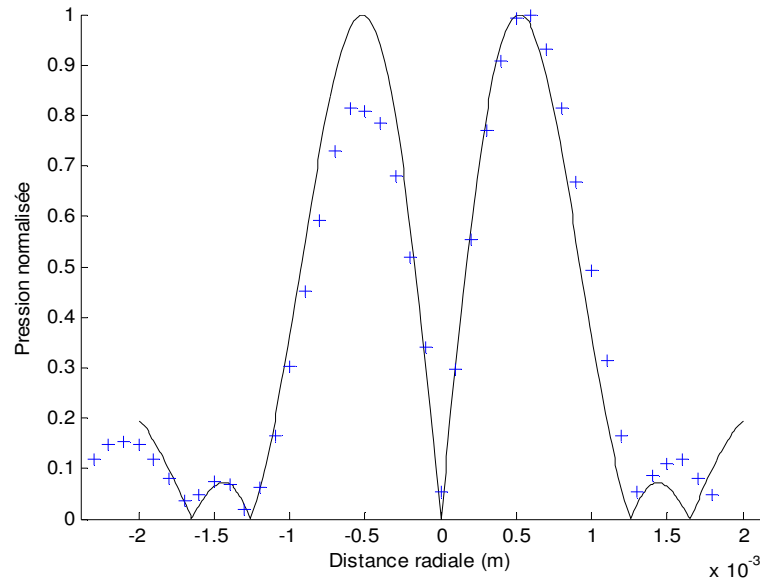


Figure 2.2.1 : Variation radiale prédit par la théorie (noir) du champ de pression normalisé au foyer focal ( $z=0$ ). En bleu, points expérimentaux.

Intéressons-nous maintenant à la phase de l'onde « Vortex » proche de l'axe, c'est-à-dire pour un  $r=0,4\text{mm}$ .

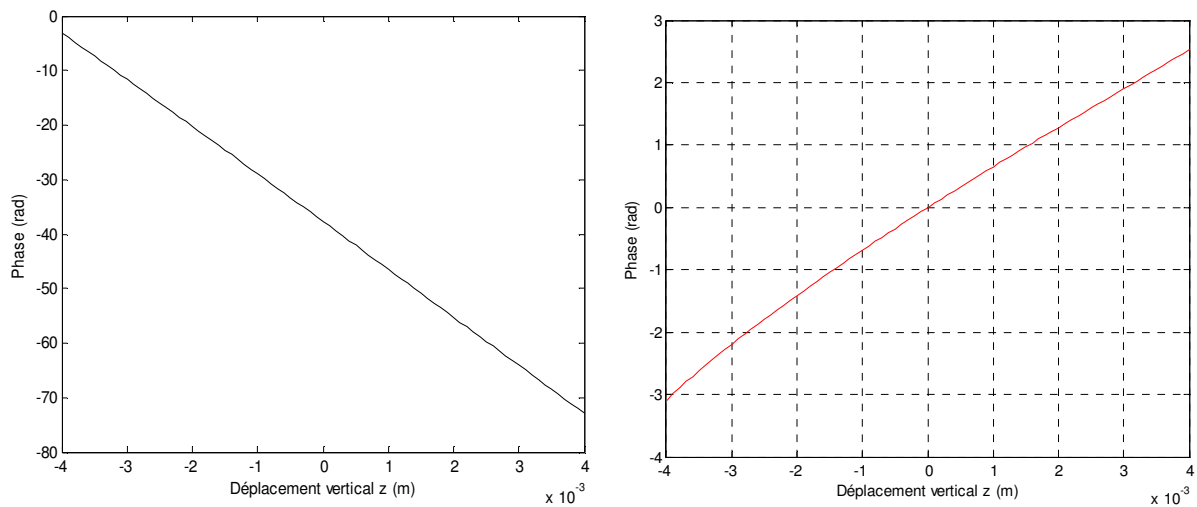


Figure 2.2.2 : A gauche, variation de la phase sur l'axe avec l'altitude  $z$ . A droite, variation de la phase à laquelle on a retiré la contribution plane de l'onde «  $kz$  ».

La variation de la phase proche de l'axe semble donc varier linéairement avec l'altitude  $z$ . Pour remonter à la phase de Gouy, on soustrait la contribution dû à la sphéricité de l'onde.

Autrement dit, pour chaque valeur de  $z$ , on doit soustraire à la phase la valeur de la courbure de l'onde « Vortex » ; on détermine donc dans un premier temps les courbures des ondes pour chaque altitude appartenant à  $[-4 ; 4]$  mm, que l'on ajuste par une parabole (figure 2.2.3).

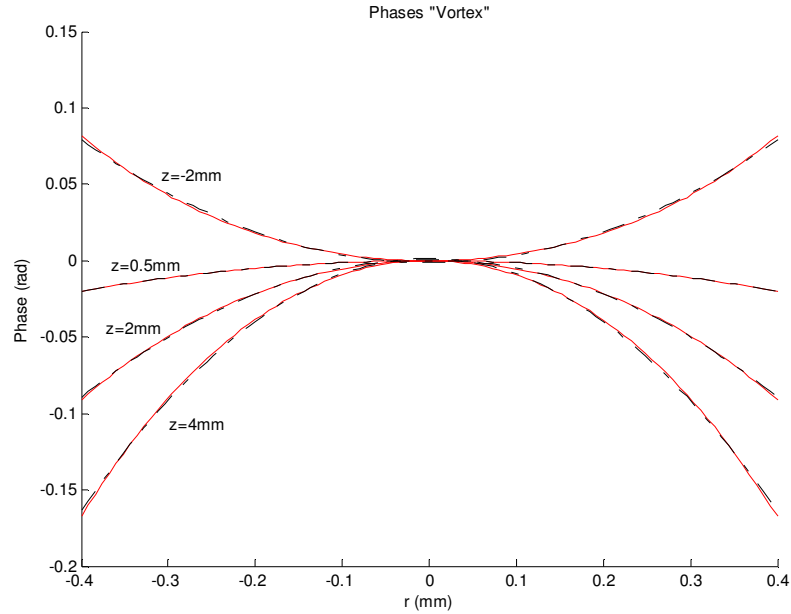


Figure 2.2.3 : Exemples de courbures de l'onde « Vortex » obtenues pour quelques valeurs de  $z$

Les courbures déterminées, on peut alors retirer la contribution de ce facteur à la phase calculée à la figure 2.2.2. et ainsi obtenir la phase de Gouy prédite par le modèle paraxial.

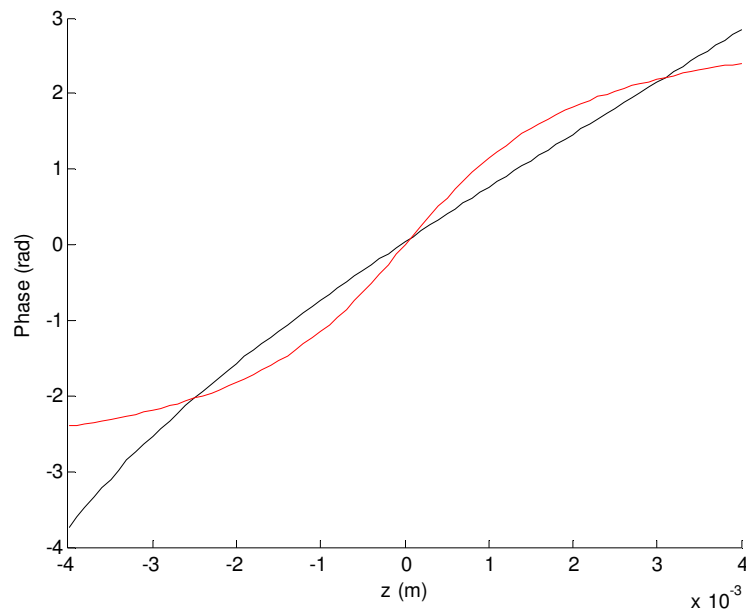


Figure 2.2.4 : En noir, phase de Gouy de l'onde « Vortex » d'après le modèle paraxial. En rouge la phase de Gouy  $2\arctan(z/zr)$  prédite par le mode Laguerre-Gauss.

A l'évidence, la phase de Gouy prédite par l'approximation paraxiale diffère de la phase de Gouy annoncée par le modèle de Laguerre-Gauss.

Il est maintenant intéressant de se tourner vers l'expérimentation pour vérifier si le modèle prédit par la théorie est recevable.

### 3 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Toute la partie expérimentale de ce stage, c'est-à-dire les mesures des amplitudes et phases des ondes « vortex » et « non-vortex » ont été mesurées grâce au dispositif décrit ci-dessous.

#### 3.1 Le transducteur sphérique

La source acoustique utilisée tout au long de ce stage est un transducteur électroacoustique *Imasonic IM Series* de forme hémisphérique, de rayon  $a = 19\text{mm}$  égal à la moitié de sa focale  $F = 38\text{mm}$ . Il émet vers le haut (selon l'axe  $z$ , cf. figure 3.3.1) un faisceau ultrasonore de fréquence  $f = 2.25\text{ MHz}$ .

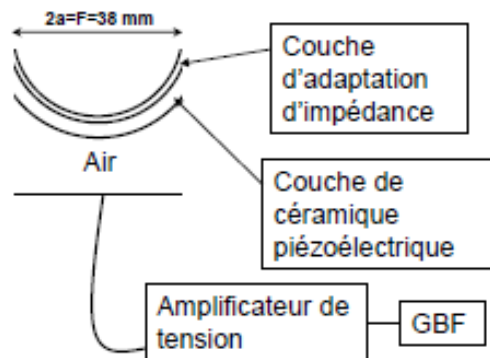


Figure 3.1.1 : Coupe transversale et alimentation du transducteur. Source : [8].

Le transducteur sphérique est composé :

- D'une couche d'adaptation d'impédance pour optimiser l'émission d'ultrasons si le transducteur est plongé dans un fluide.
- D'une couche de céramique piézoélectrique qui assure l'émission de l'onde sonore en transformant la tension appliquée au transducteur.
- D'une couche d'air afin d'éviter l'émission d'ondes acoustiques vers l'arrière du transducteur.

Le transducteur est alimenté par un amplificateur de tension, qui amplifie le signal créé par un générateur de basses fréquences (GBF). Le GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence  $2.25\text{ MHz}$ . La tension en sortie de l'amplificateur est ajustable grâce au gain. Les signaux en sortie du GBF et aux bornes du transducteur sont observés sur un oscilloscope.

La source acoustique est partitionnée en huit zones. Chacune des zones sont alimentées indépendamment. Ainsi, pour obtenir une onde « Non-Vortex » chacun des éléments émettent en phase (*cas a*).

Dans le second cas *b*, pour obtenir un Vortex de charge 1, chaque élément, va émettre grâce à l'ajout d'une ligne de retard avec un retard de  $\frac{\pi}{4}$  l'un par rapport à l'autre.

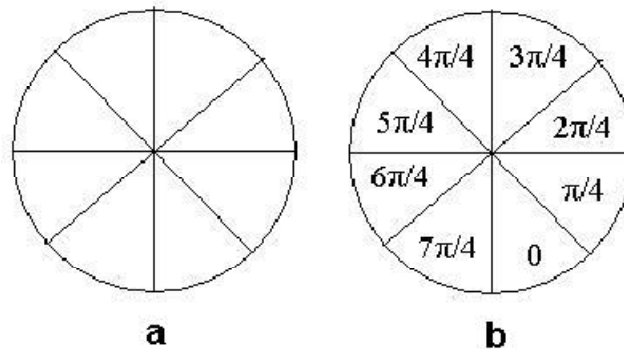


Figure 3.1.2 : Vue de dessus de la source. Les éléments sont branchés en phase dans le cas a et retardés l'un par rapport à l'autre dans le cas b.

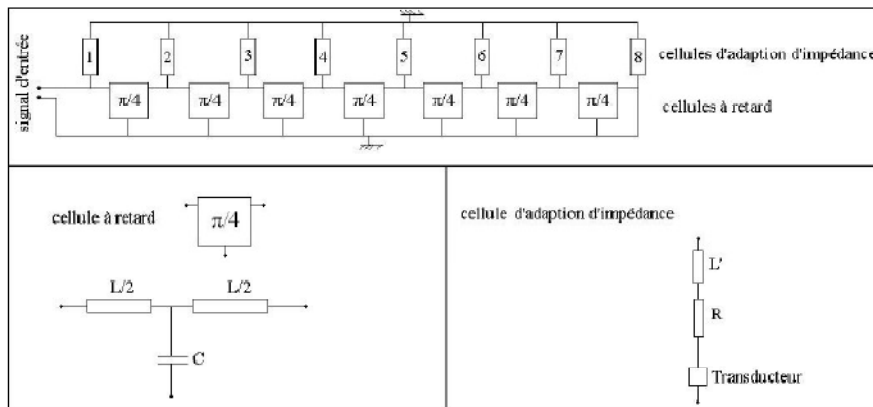


Figure 3.1.3 : Ligne de retard introduite pour la création d'un vortex acoustique. Source [9].

## 3.2 L'hydrophone

L'amplitude et la phase du champ de pression générées par le transducteur sont mesurées par un capteur hydrophonique « aiguille » *precisionacoustics LTD*, alimenté par une tension continue de 8V.

L'hydrophone est disposé sur une platine micrométrique mobile selon les trois axes x,y,z ; L'axe z coïncide avec l'axe de symétrie du transducteur ainsi que les coordonnées cylindriques  $r, z, \Psi$  qui satisfont aux définitions habituelles.

### 3.3 Le montage

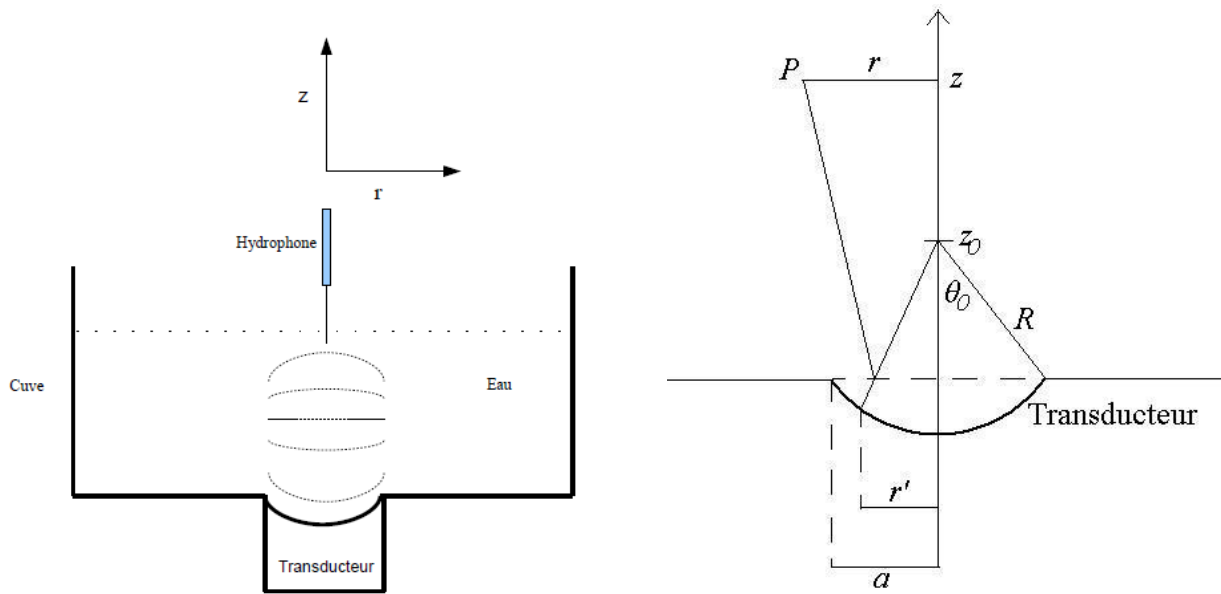


Figure 3.3.1 : Schéma du dispositif expérimental et déclaration des variables pour l'étude.

On définit l'axe vertical, axe de symétrie du transducteur avec  $z = z_0$  au point focal;  $a$  est le rayon du transducteur et  $r$  la distance radiale à l'axe vertical.  $\theta_0$  définit l'angle d'ouverture du transducteur vu du point focal.

### 3 RESULTATS OBTENUS ET INTERPRETATIONS

#### 4.1 Comparaison Théorie / Expérimentation

##### 4.1.1 Mode « Non-Vortex »

A l'aide du dispositif expérimental que l'on vient de décrire, on mesure le retard le long de l'axe. Pour comparer la phase de Gouy expérimentale à la phase de Gouy obtenue théoriquement, on lui retire les contributions liées à l'onde plane et à sa sphéricité.

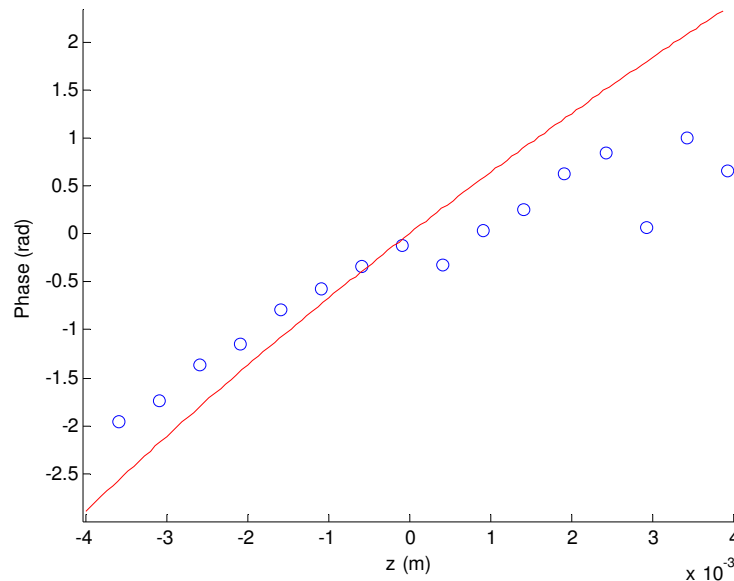


Figure 4.1.1.1 : Comparaison des phases de Gouy entre le modèle théorique (noir) et l'expérimentation (bleu).

On remarque que les points expérimentaux sur la figure 4.1.1.1 suivent de manière linéaire la phase déterminée à partir de la théorie. Ceci met en évidence que la phase de Gouy d'une onde acoustique issue d'une source sphérique focalisée varie linéairement et non selon la fonction arc tangente comme le prédit le mode de Laguerre-Gauss.

##### 4.1.2 Mode « Vortex »

De la même manière que réalisé dans la théorie, on retire à la phase mesurée expérimentalement la contribution plane ainsi que la contribution sphérique de l'onde.

Identiquement à la théorie, les courbures de l'onde « Vortex » sont obtenues pour chaque valeur de  $z$ , que l'on ajuste par une parabole. Ainsi on retranche ces courbures à la phase expérimentale pour obtenir la phase de Gouy issue de l'expérience, qu'on compare à celle obtenue précédemment en *figure 2.2.4*.

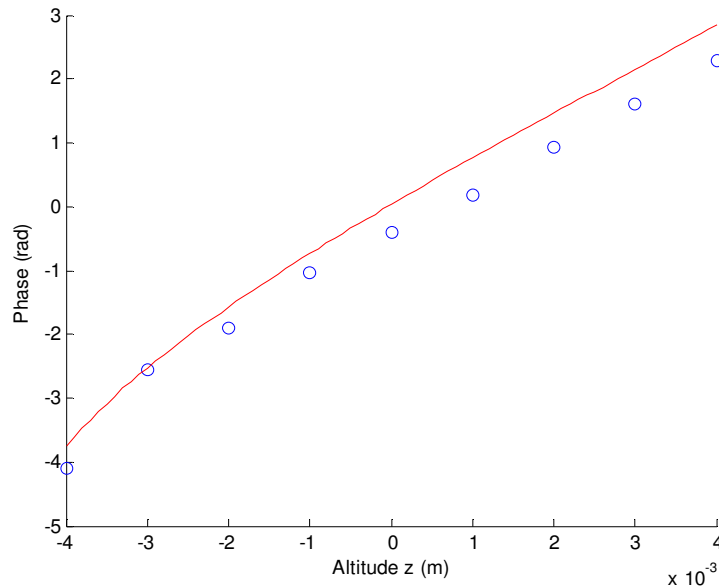


Figure 4.1.2.1 : Comparaison des phases de Gouy « Vortex » entre le modèle théorique (rouge) et l'expérimentation (points bleu).

On remarque que les points expérimentaux sur la figure 4.1.2.1 suivent de manière satisfaisante la phase déterminée à partir de la théorie. Ceci met en évidence que la phase de Gouy d'un Vortex acoustique issu d'une source sphérique focalisée varie linéairement et non selon la fonction arc tangente comme le prédit le mode de Laguerre-Gauss.

Néanmoins, les résultats obtenus pour les deux configurations de l'onde peuvent être contrastés pour expliquer les écarts de pentes entre les deux courbes :

- D'une part, la température intervient dans l'expression de la phase ( $k$  dépend de la température).

Il aurait été nécessaire de travailler avec une cuve thermo statée, par exemple.

- D'autre part, l'angle d'ouverture du transducteur étant assez important ou encore le terme  $a^2/F^2$  n'étant pas très petit devant 1, l'approximation paraxiale peut-être mise à défaut et jouer sur nos valeurs.

- Enfin, les incertitudes de mesure liées à l'expérimentation qui portent sur le relevé de la phase et l'imprécision de lecture sur le vernier.

## 4.2 Conclusion et perspectives

L'objectif de ce stage était d'appréhender dans un premier temps, d'un point de vue théorique, la phase de Gouy pour les modes « Non-Vortex » et « Vortex » d'une onde acoustique sphérique. Il ressort de cette étude que la phase de Gouy décrite par le modèle de Laguerre-Gauss ne s'applique pas aux ondes

sphériques focalisées. D'autre part, le présent rapport s'appuie sur plusieurs études expérimentales qui ont permis d'obtenir de nouvelles prédictions et quantifications de la phase de Gouy pour les deux configurations de l'onde sphérique. Il en ressort clairement que la phase de Gouy d'une onde sphérique dans le mode « Non-Vortex » comme dans le mode « Vortex » suit une loi linéaire. En outre, il est intéressant de voir que l'on a vérifié expérimentalement les prédictions théoriques de Wolf [5] pour la phase de Gouy d'une onde sphérique focalisée.

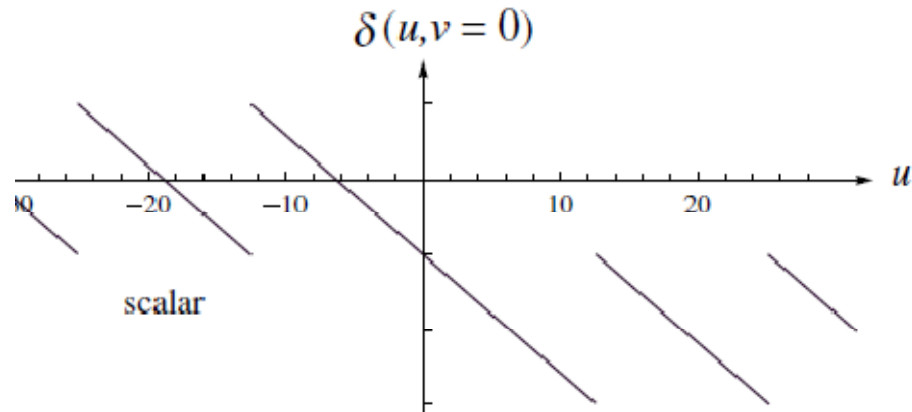


Figure 4.2.1 : Prévisions de Wolf pour la phase de Gouy d'une onde sphérique focalisée.  
Source : [5].

Une perspective intéressante serait de comparer les valeurs expérimentales obtenues pour la phase de Gouy « non-vortex » aux prédictions de la figure 4.2.1.

Ceci étant, des mesures expérimentales mieux contrôlées en température, en utilisant un bain thermo-staté permettrait de conforter ces mesures pour appuyer la dépendance de la phase de Gouy dans chacun des modes acoustiques. De plus, comme on l'a évoqué précédemment, l'approximation paraxiale est ici critiquable au vu de la valeur importante d'angle d'ouverture que l'on a ici sur le transducteur acoustique ; Une solution porterait à choisir une source dont la focale serait plus élevée devant son rayon afin de travailler rigoureusement dans les conditions de Kino [7].

Au bout de deux mois passés sous la direction de M.Wunenburger au sein LOMA, j'ai pu m'initier au travail de recherche en physique à la fois d'un point de vue théorique mais aussi expérimental ; découvrir la recherche dans ces deux aspects fût fort intéressant. J'ai pu me familiariser avec un logiciel de calcul numérique tel que MATLAB qui m'a permis de réaliser mon étude d'un point de vue théorique. D'autre part, j'ai pu apprécier sur le plan humain, la grande disponibilité des chercheurs qui ont su me faire partager leur passion pour la recherche.



## 5 BIBLIOGRAPHIE

- [1] L.G Gouy, Comptes Rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences 110 (1890) 1251.
- [2] N.C.R Holme, B.C. Daily, M.T. Myaing, and T.B. Norris, Center for Ultrafast Optical Science and EECS Department, University of Michigan, 2200
- [3] G.Lamouche et al. Optic Communications 239 (2004) 297-301
- [4] A. Anhäuser, R. Wunenburger, E.Brasselet, LOMA (2012)
- [5]T.D.Visser, E.Wolf, Optics Communications 283 (2010) 3371-3375
- [6]F.Pampaloni and J.Enderlein, Gaussian Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian beams : a primer (EMBL Cell Biology, Heildeberg, Germany, 2004), 29.
- [7]G.S Kino, Acoustic Waves Devices Imaging and Analog Signal Processing (Prentice-Hall Inc. New Jersey, USA, 1987), 182-185
- [8]N.Bertin, Déformations d'interfaces liquidsguidantes par la pression de radiation acoustique. (Université de Bordeaux 1, France, 2010)
- [9]Andreas Anhäuser, Rotation, twist and flows induced by an intense acoustic vortex beam, bachelor thesis, LOMA, 2011.
- [10] D. Dangoisse, D.Hannequin, V.Zehnlé-Dhaoui, Les lasers, Dunod.